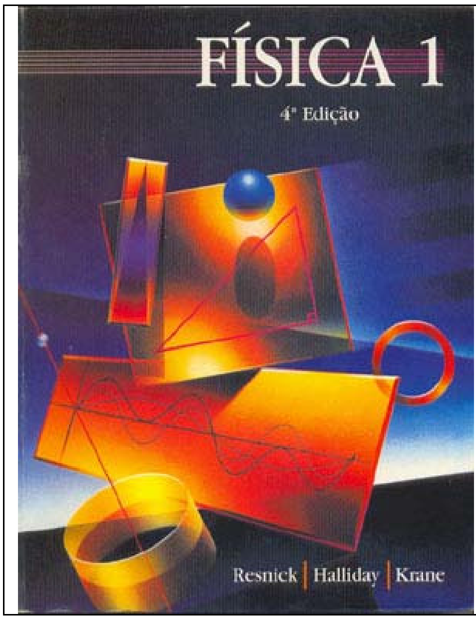
PROBLEMAS RESOLVIDOS DE FÍSICA

Prof. Anderson Coser Gaudio

Departamento de Física – Centro de Ciências Exatas – Universidade Federal do Espírito Santo

http://www.cce.ufes.br/anderson

anderson@npd.ufes.br **Última atualização: 23/07/2005 09:48 H**



RESNICK, HALLIDAY, KRANE, FÍSICA, 4.ED., LTC, RIO DE JANEIRO, 1996.

FÍSICA 1

Capítulo 7 - Trabalho e Energia

Problemas

01	02	03	04	05	06	07	08	09	**10**
11	12	13	14	15	16	**17**	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	**28**	29	30
31	**32**	**33**	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	**47**	48	49	50
51	**52**	53	**54**	55	56	**57**	**58**	59	60
61	62	63							

Problemas Resolvidos

10. Um bloco de 5,0 kg se move em linha reta sobre uma superfície horizontal sem atrito sob influência de uma força que varia com a posição, como mostra a Fig. 15. Qual é o trabalho realizado pela força quando o bloco se move desde a origem até x = 8,0 m?

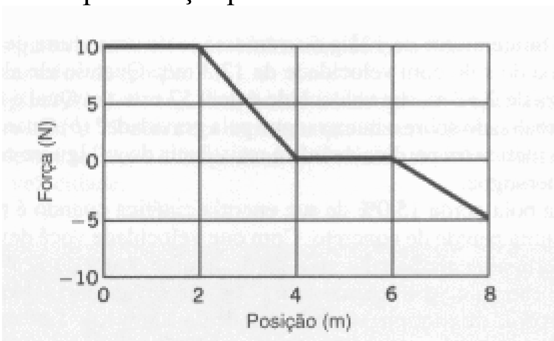


Fig. 15 Problema 10.

(Pág. 136)

Solução.

O trabalho de uma força unidimensional é dado por:

$$W = \int_{x_0}^{x} F_{(x)} dx$$

Isso significa que num gráfico de $F_{(x)} \times x$ o trabalho é a área entre a curva e a coordenada zero do eixo da força, sendo que as áreas acima da coordenada zero (A_{superior}) são positivas e as que ficam abaixo (A_{inferior})são negativas. O cálculo da área deve ser feito utilizando-se as escalas da ordenada e da abscissa. Vale notar que cada célula da malha do gráfico corresponde a um trabalho equivalente a 10 J. Portanto:

$$W = A_{\text{superior}} - A_{\text{inferior}} = 30 \text{ J} - 5 \text{ J}$$

$$\boxed{W = 25 \text{ J}}$$

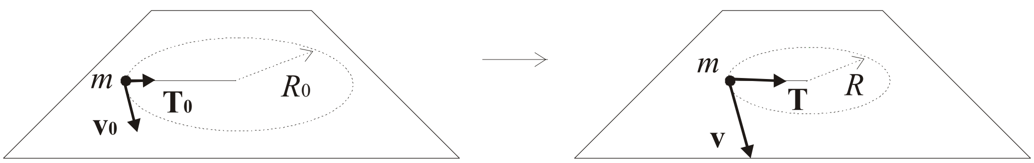
[Início]

17. Um objeto de massa 0,675 kg está em uma mesa sem atrito e ligado a um fio que passa através de um buraco da mesa, no centro de um círculo horizontal no qual o objeto se move com velocidade constante. (a) Se o raio do círculo for 0,500 m e a velocidade da massa for 10,0 m/s, calcule a tensão no fio. (b) Verifica-se que se puxarmos o fio para baixo mais 0,200 m, reduzindo assim o raio do círculo para 0,300 m obtém-se o mesmo efeito que se multiplicarmos a tração do fio original por 4,63. Calcule o trabalho total realizado pelo fio sobre o objeto girante durante a redução do raio.

(Pág. 137)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



(a) A força centrípeta do movimento circular do objeto vale:

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

Como $F_c = T_0$:

$$T_0 = \frac{mv_0^2}{R_0} \qquad (1)$$

$$\boxed{T_0 = 135 \text{ N}}$$

(b)

$$T = 4,63T_0 = \frac{mv^2}{R} \qquad (2)$$

Dividindo-se (1) por (2):

$$4,63 = \frac{R_0 v^2}{R v_0^2}$$

$$v^2 = 4,63 \frac{R v_0^2}{R_0} \qquad (3)$$

Aplicando-se o teorema do trabalho-energia cinética:

$$W = \Delta K = K - K_0 = \frac{1}{2} m\left(v^2 - v_o^2\right) \qquad (4)$$

Substituindo-se (3) em (4):

$$W = \frac{1}{2} m v_0^2 \left(4,63 \frac{R}{R_0} - 1\right) = 60,007\cdots \text{J}$$

$$\boxed{W \approx 60,0 \text{ J}}$$

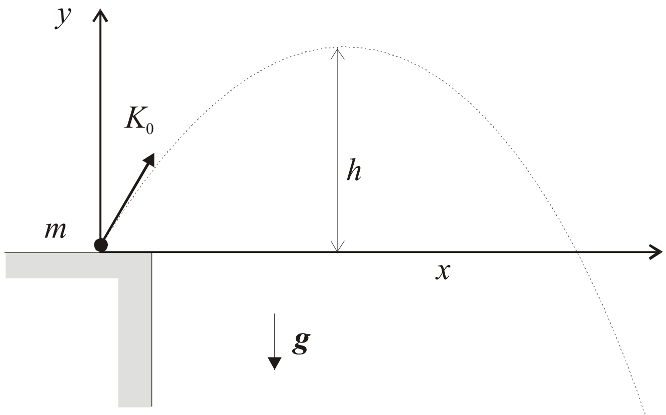
[Início]

28. Um projétil de 0,550 kg é lançado da beira de um penhasco com energia cinética inicial de 1.550 J e em seu ponto mais alto está a 140 m acima do ponto de arremesso. (a) Qual é a componente horizontal de sua velocidade? (b) Qual era a componente vertical de sua velocidade logo após o lançamento? (c) Em um instante durante o seu vôo encontra-se o valor de 65,0 m/s para a componente vertical de sua velocidade. Neste instante, qual é a distância a que ele está acima ou abaixo do seu ponto de lançamento?

(Pág. 138)

Solução.

Considere o seguinte esquema:



(a) Vamos partir da definição da energia cinética inicial do projétil:

$$K_0 = \frac{1}{2}mv_o^2 = \frac{1}{2}m\left(v_{xo}^2 - v_{yo}^2\right) \quad (1)$$

$$v_{yo}^2 = \frac{2K_0}{m} - v_{xo}^2 \quad (2)$$

Na Eq. (1) foi usada a igualdade que representa o módulo da velocidade inicial do projétil:

$$v_o^2 = v_{xo}^2 - v_{yo}^2 \quad (3)$$

Multiplicando-se (3) por $m/2$, em que m é a massa do projétil:

$$\frac{1}{2}mv_o^2 = \frac{1}{2}mv_{xo}^2 - \frac{1}{2}mv_{yo}^2$$

$$K_0 = K_{x0} + K_{y0}$$

Como o movimento do projétil pode ser estudado independentemente nas coordenadas x e y, é de se esperar que a energia mecânica do projétil, que depende de sua posição e velocidade, também possa ser analisada independentemente em x e em y. Portanto, vamos analisar a conservação da energia mecânica em y:

$$E_{y0} = E_y$$

$$K_{y0} = U_y$$

$$\frac{1}{2}mv_{y0}^2 = mgh$$

$$v_{y0}^2 = 2gh \quad (4)$$

Substituindo-se (2) em (4):

$$\frac{2K_0}{m} - v_{xo}^2 = 2gh$$

$$v_{x0} = \sqrt{2\left(\frac{K_0}{m} - gh\right)} = 53,7546\cdots\text{ m/s}$$

$$\boxed{v_{xo}^2 \approx 53,8 \text{ m/s}}$$

Pode-se demonstrar a validade do procedimento acima. Aplicando-se a equação de movimento de Torricelli do ponto de lançamento até o ponto mais elevado da trajetória do projétil:

$$v_y^2 = v_{yo}^2 + 2a(y - y_0)$$

$$0 = v_{yo}^2 - 2gh$$

$$v_{yo}^2 = 2gh \quad (2)$$

Substituindo-se (2) em (1):

$$v_{xo}^2 = \frac{2K_0}{m} - 2gh = 53,7546\cdots \text{ m/s}$$

$$\boxed{v_{xo}^2 \approx 53,8 \text{ m/s}}$$

(b) Da Eq. (4):

$$v_{yo}^2 = 2gh = 52,4099\cdots \text{ m/s}$$

$$\boxed{v_{yo}^2 \approx 52,4 \text{ m/s}}$$

(c) A posição do corpo pode ser encontrada da seguinte forma:

$$v_y^2 = v_{yo}^2 + 2a(y - y_0)$$

$$v_y^2 = v_{yo}^2 - 2gy$$

$$y = \frac{v_{yo}^2 - v_y^2}{2g} = -75,3357\cdots \text{ m}$$

$$\boxed{y = -75,3 \text{ m}}$$

De acordo com o referencial adotado, nessa posição a velocidade do projétil será negativa. O instante de tempo em que essa posição é atingida é dado por:

$$v_y = v_{y0} + at$$

$$v_y = v_{y0} - gt$$

$$t = \frac{v_{y0} - v_y}{g} = 11,968\cdots \text{ s}$$

$$\boxed{t \approx 12,0 \text{ s}}$$

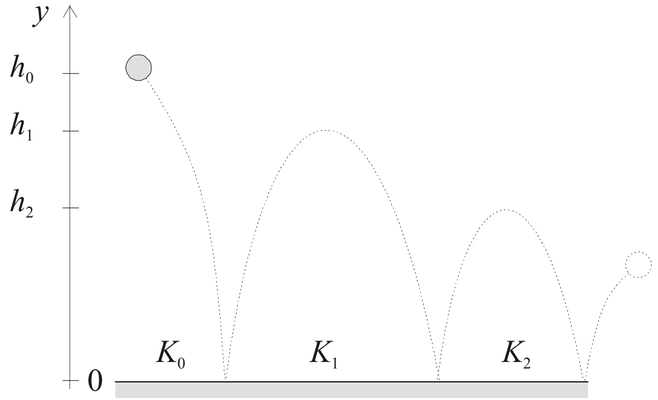
[Início]

32. Uma bola de borracha deixada cair de uma altura de 1,80 m é rebatida várias vezes pelo chão, perdendo 10% de sua energia cinética de cada vez. Depois de quantas colisões a bola não conseguirá se elevar acima de 0,90 m?

(Pág. 138)

Solução.

Considere o seguinte esquema:



Seja K_0 a energia cinética inicial, K_1 a energia cinética após a primeira rebatida, K_2 a energia cinética após a segunda rebatida, etc., e K_N a energia cinética da bola após a N-ésima rebatida. Temos que:

$$K_1 = 0,9K_0$$

$$K_2 = 0,9K_1 = 0,9^2 K_0$$

$$K_3 = 0,9K_2 = 0,9^3 K_0$$

Logo:

$$K_N = 0,9K_{N-1} = 0,9^N K_0 \qquad (1)$$

Também pode-se usar o trabalho da força gravitacional na subida da bola após cada rebatida para fazer o cálculo de K_1, K_2, etc., K_N.

$$W = \Delta K$$

$$-mgh_1 = K - K_0 = 0 - K_1$$

$$K_1 = mgh_1$$

Logo:

$$K_2 = mgh_2$$

Portanto, após a N-ésima rebatida:

$$K_N = mgh_N \qquad (2)$$

Queremos saber N tal que $h_N \leq 0,90$ m. Igualando-se (1) e (2):

$$0,9^N K_0 = mgh_N$$

$$0,9^N mgh_0 = mgh_N$$

$$0,9^N = \frac{h_N}{h_0} = \frac{0,90 \text{ m}}{1,80 \text{ m}} = 0,5$$

$$N = \frac{\ln 0,5}{\ln 0,9} = 6,57\cdots$$

A altura $h = 0,90$ só deixa de ser atingida após $N = 6,57$ rebatidas. Logo:

$$\boxed{N = 7}$$

[Início]

33. Um bloco de 263 g é deixado cair sobre uma mola vertical de constante elástica $k = 2,52$ N/cm (Fig. 20). O bloco adere-se à mola, que ele comprime 11,8 cm antes de parar momentaneamente. Enquanto a mola está sendo comprimida, qual é o trabalho realizado (a) pela força da gravidade e (b) pela mola? (c) Qual era a velocidade do bloco exatamente antes de se chocar com a mola? (d) Se esta velocidade inicial do bloco for duplicada, qual será a compressão máxima da mola? Ignore o atrito.

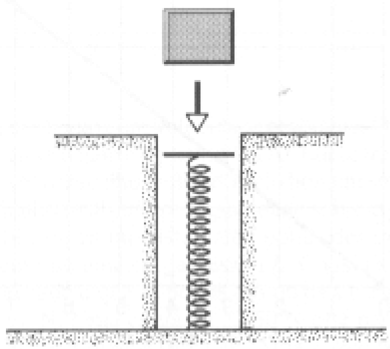
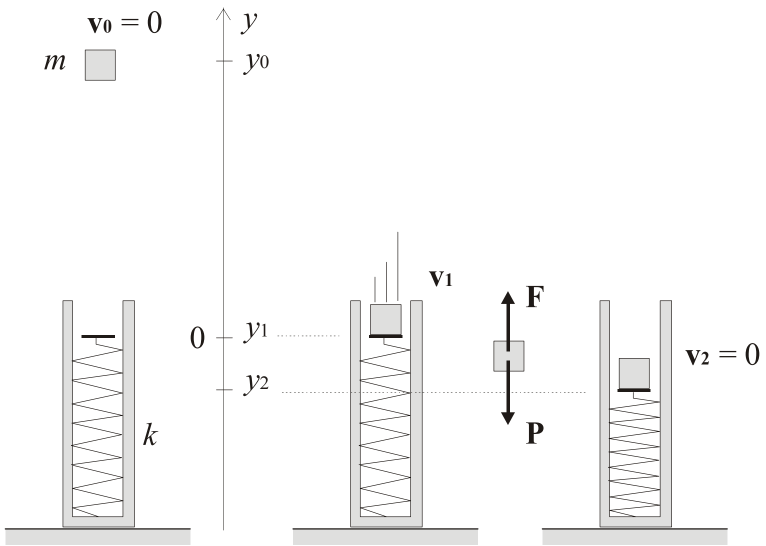


Fig. 20 Problema 33.

(Pág. 138)

Solução.

Considere o seguinte esquema:



(a)

$$W_g = \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \mathbf{F}_{(\mathbf{r})} d\mathbf{r}$$

$$W_g = \int_{y_1}^{y_2} P dy = -mg\int_{y_1}^{y_2} dy = -mg(y_2 - y_1) = 0,30444\cdots \text{ J}$$

$$\boxed{W_g \approx 0,304 \text{ J}}$$

(b)

$$W_e = \int_{y_1}^{y_2} F_{(y)} dy = \int_{y_1}^{y_2} (-ky) dy = -k\left.\frac{y^2}{2}\right|_{y_1}^{y_2} = \frac{k}{2}(y_1^2 - y_2^2) = -1,7544\cdots \text{ J}$$

$$\boxed{W_e \approx -1,75 \text{ J}}$$

(c) Aplicando-se o teorema do trabalho-energia cinética:

$$W = \Delta K$$

$$W_g + W_e = K_2 - K_1 = 0 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{-\frac{2}{m}\left(W_g + W_e\right)} = \pm 3,32058\cdots\text{m/s}$$

$$\mathbf{v_1} \approx -\left(3,32\text{ m/s}\right)\mathbf{j}$$

(d) $v_1' = 2\ v_1$

$$W = \Delta K$$

$$W_g + W_e = K_2 - K_1^{'} = 0 - K_1^{'}$$

$$-mg(y_2^{'} - y_1) + \frac{k}{2}(y_1^2 - y_2^{'2}) = -\frac{1}{2}mv_1^{'2}$$

$$-mgy_2^{'} - \frac{k}{2}y_2^{'2} = -\frac{1}{2}m(2v_1)^2$$

$$\frac{k}{2}y_2^{'2} + mgy_2^{'} - 2mv_1^{\ 2} = 0$$

A equação do segundo grau correspondente é:

$$y_2^{'2} + 0,020476\cdots y_2^{'} - 0,04603\cdots = 0$$

As possíveis soluções são:

$$y_{2_1}^{'} = 0,20455\cdots\text{m}$$

$$y_{2_2}^{'} = -0,2250\cdots\text{m}$$

Como $y_2^{'} < 0$:

$$\boxed{y_2^{'} \approx -0,225\text{ m}}$$

[Início]

47. Um bloco de granito de 1.380 kg é arrastado para cima de um plano inclinado por um guincho, à velocidade constante de 1,34 m/s (Fig. 23). O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano inclinado é 0,41. Qual é a potência que deve ser fornecida pelo guincho?

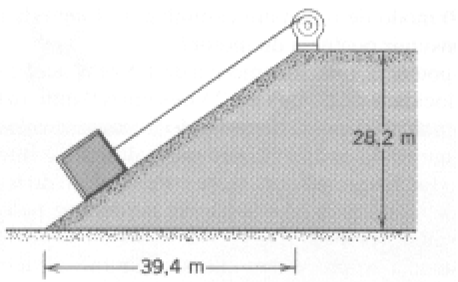
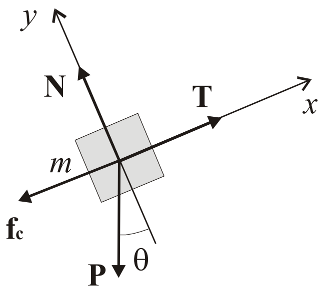


Fig. 23 Problema 47.

(Pág. 139)

Solução.

Considere o seguinte esquema das forças que agem sobre o bloco:



A potência fornecida pelo guincho é dada pela Eq. (1), onde **v** é a velocidade de elevação do bloco, **F** é força responsável pela elevação do bloco e ϕ é o ângulo entre **F** e **v**. Essa força, que na verdade é uma tensão (T), é gerada pelo motor do guincho e transmitida ao bloco por meio da corda mostrada na figura.

$$P = \mathbf{F}.\mathbf{v} = Fv\cos\phi = Fv = Tv \quad (1)$$

Vamos aplicar a primeira lei de Newton ao bloco, considerando-se apenas as forças em y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N - P\cos\theta = 0$$

$$N = mg\cos\theta \quad (2)$$

Agora em x:

$$\sum F_x = 0$$

$$T - f_c - P\,\text{sen}\,\theta = 0$$

$$T = \mu_c N + mg\,\text{sen}\,\theta \quad (3)$$

Substituindo-se (2) em (3):

$$T = \mu_c mg\cos\theta + mg\,\text{sen}\,\theta = mg(\mu_c\cos\theta - \text{sen}\,\theta) \quad (4)$$

Substituindo-se (4) em (1):

$$P = mg(\mu_c\cos\theta - \text{sen}\,\theta)v = 16.606,328\cdots\ \text{W}$$

$$\boxed{P \approx 16,6\ \text{kW}}$$

[Início]

52. Mostre que a velocidade v alcançada por um carro de massa m dirigido com potência constante P é dada por

$$v = \left(\frac{3xP}{m}\right)^{1/3},$$

onde x é a distância percorrida a partir do repouso.

(Pág. 139)

Solução.

Sabe-se que:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{F.dx}{dt} = \mathbf{F}.\mathbf{v}$$

A expressão P = **F**.**v** dá a potência instantânea gerada pelo motor do carro, onde **F** é a força instantânea de propulsão do motor e **v** é a velocidade instantânea do carro. Como P é constante e **v** aumenta com o tempo, então **F** também é variável. Ou seja, o movimento do carro ocorre com aceleração variável.

$$P = \mathbf{F}.\mathbf{v} = Fv\cos\theta = Fv = mav = m\frac{dv}{dt}v \qquad (1)$$

Na Eq. (1), θ é o ângulo entre **F** e **v** que, neste caso, é zero. Aplicando-se a regra da cadeia a (1):

$$P = m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}v = mv^2\frac{dv}{dx}$$

$$dx = \frac{m}{P}v^2 dv$$

$$\int_0^x dx = \frac{m}{P}\int_0^v v^2 dv$$

$$x = \frac{m}{P}\frac{v^3}{3}$$

$$\boxed{v = \left(\frac{3xP}{m}\right)^{1/3}}$$

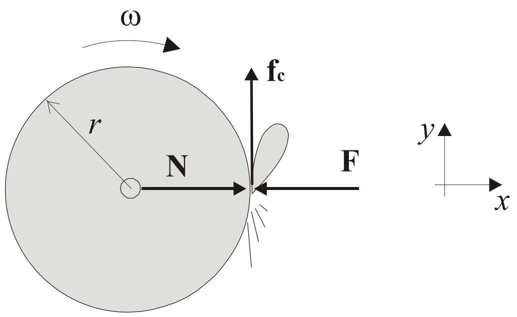
[Início]

54. Qual é a potência desenvolvida por uma máquina de afiar cuja roda tem raio de 20,7 cm e gira a 2,53 rev/s quando a ferramenta a ser afiada é mantida contra a roda por uma força de 180 N? O coeficiente de atrito entre a roda e a ferramenta é 0,32.

(Pág. 139)

Solução.

Considere o seguinte esquema:



Em primeiro lugar vamos converter ω' (rps) para ω (rad/s):

$$\omega = 2\pi\omega'$$

A velocidade tangencial da roda vale:

$$v = \omega r = 2\pi\omega' r \qquad (1)$$

As forças no eixo x são **F**, a força que a ferramenta que é afiada exerce sobre a roda, e **N** a força de reação a **F** que aparece no eixo da roda. Logo:

$$\sum F_x = 0$$

$$N - F = 0$$

$$N = F \qquad (2)$$

Cálculo da potência dissipada pela força de atrito (**f**):

$$P = \mathbf{f}.\mathbf{v} = fv\cos\phi = fv\cos\pi = -fv = -\mu Nv \qquad (3)$$

Substituindo-se (1) e (2) em (3):

$$P = -2\pi\mu F\omega' r = -189,5366\cdots \text{ W}$$

$$\boxed{P \approx -1,9\times 10^2 \text{ W}}$$

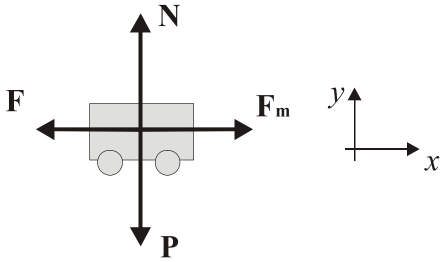
[Início]

57. A resistência ao movimento de um automóvel depende do atrito da estrada, que é quase independente da sua velocidade *v*, e do arrasto aerodinâmico, que é proporcional a v^2. Para um dado carro de 12.000 N, a força total de resistência *F* é dada por $F = 300 + 1,8\ v^2$, onde *F* está em newtons e *v* em m/s. Calcule a potência necessária para que o motor acelere o carro a 0,92 m/s^2 quando a velocidade for 80 km/h.

(Pág. 140)

Solução.

Forças que agem no carro:



A potência do motor *P* de um automóvel é dada pelo produto escalar da força gerada pelo motor $\mathbf{F_m}$ e a velocidade do automóvel **v**. Na Eq. (1), ϕ é o ângulo entre $\mathbf{F_m}$ e **v**.

$$P = \mathbf{F_m}.\mathbf{v} = F_m v\cos\phi = F_m v\cos 0 = F_m v \qquad (1)$$

A força do motor pode ser determinada a partir da segunda lei de Newton, onde **F** é a força de resistência ao movimento do carro:

$$\sum F_x = ma_x$$

$$F_m - F = ma$$

$$F_m = 300 + 1,8v^2 + \frac{P}{g}a \qquad (2)$$

Substituindo-se (2) em (1):

$$P = \left(300 + 1,8v^2 + \frac{P}{g}a\right)v = 51.428,24\cdots \text{ W} = 68,965\cdots \text{ hp}$$

$$\boxed{P \approx 69 \text{ hp}}$$

[Início]

58. Um *regulador centrífugo* consiste em duas esferas de 200 g presas mediante hastes leves e rígidas de 10 cm a um eixo de rotação vertical. As hastes são articuladas de modo que as esferas se afastam para longe do eixo enquanto giram com ele. Entretanto, quando o ângulo θ é 45°, as esferas encontram a parede do cilindro dentro do qual o regulador está girando; veja a Fig. 24. (a) Qual é a velocidade mínima de rotação, em revoluções por minuto, necessárias para as esferas tocarem na parede? (b) Se o coeficiente de atrito cinético entre as esferas e a parede é 0,35, que potência é dissipada como resultado do atrito das esferas contra a parede quando o mecanismo gira a 300 rev/min?

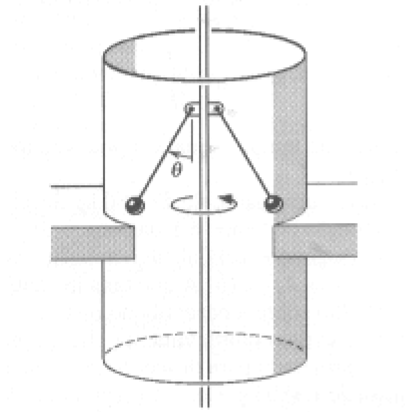
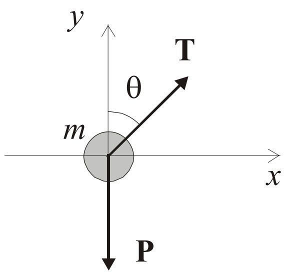


Fig. 24 Problema 58.

(Pág. 140)

Solução.

(a) Forças sobre uma das esferas:



A velocidade mínima de rotação é obtida quando as esferas estão na iminência de tocar nas paredes do cilindro (**N** = 0, onde **N** é a força normal de contato das esferas com a parede.). Forças em *y*:

$$\sum F_y = 0$$

$$T\cos\theta - mg = 0$$

$$T = \frac{mg}{\cos\theta} \tag{1}$$

Forças em *x*:

$$\sum F_x = ma_x$$

$$T\,\text{sen}\,\theta = ma_c = m\frac{v^2}{r} \tag{2}$$

Substituindo-se (1) em (2):

$$\frac{mg}{\cos\theta}\text{sen}\,\theta = m\frac{v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{lg\,\text{sen}\,\theta\tan\theta} \tag{3}$$

Cálculo da velocidade angular ω, em rpm:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{v}{l\,\text{sen}\,\theta}$$

Podemos trabalhar diretamente com RPM fazendo a seguinte transformação:

$$\omega_{rpm} = \frac{v}{l\,\text{sen}\,\theta}\left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)\times 60\left(\frac{\text{s}}{\text{min}}\right)\times\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\text{rot}}{\text{rad}}\right)$$

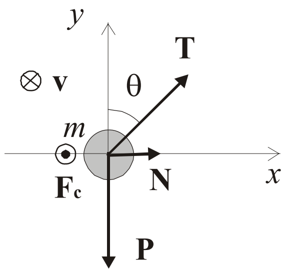
$$\omega_{rpm} = \frac{30v}{\pi l\,\text{sen}\,\theta} \qquad (4)$$

Substituindo-se (3) em (4):

$$\omega_{rpm} = \frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{g\tan\theta}{l\,\text{sen}\,\theta}} = 112,4769\cdots\text{rpm}$$

$$\boxed{\omega_{rpm} \approx 1,1\times 10^2\ \text{rpm}}$$

(b) Forças sobre uma das esferas:



A equação (1) ainda é válida para esta situação. Forças em x:

$$\sum F_x = ma_x$$

$$T\,\text{sen}\,\theta + N = ma_c = m\frac{v^2}{r} = m\frac{v^2}{l\,\text{sen}\,\theta}$$

$$N = \frac{mv^2}{l\,\text{sen}\,\theta} - T\,\text{sen}\,\theta \qquad (5)$$

Substituindo-se (1) em (5):

$$N = \frac{mv^2}{l\,\text{sen}\,\theta} - mg\tan\theta \qquad (6)$$

A força de atrito cinética vale::

$$f_c = \mu_c N$$

A potência total dissipada pelo atrito, considerando-se duas esferas, é:

$$P = 2f_c.v = 2\mu_c Nv \qquad (7)$$

Substituindo-se (6) em (7):

$$P = 2\mu_c v\left(\frac{mv^2}{l\,\text{sen}\,\theta} - mg\tan\theta\right) \qquad (8)$$

De (4) temos:

$$v = \frac{\pi\omega_{rpm} l\,\text{sen}\,\theta}{30} \qquad (9)$$

$$v^2 = \frac{\pi^2\omega_{rpm}^2 l^2\,\text{sen}^2\,\theta}{900} \qquad (10)$$

Substituindo-se (9) e (10) em (8):

$$P = 2\mu_c\frac{\pi\omega_{rpm} l\,\text{sen}\,\theta}{30}\left(\frac{m}{l\,\text{sen}\,\theta}\frac{\pi^2\omega_{rpm}^2 l^2\,\text{sen}^2\,\theta}{900} - mg\tan\theta\right)$$

$$P = \frac{\pi\mu_c m\omega_{rpm} l \operatorname{sen}\theta}{15}\left(\frac{\pi^2\omega_{rpm}^2 l \operatorname{sen}\theta}{900} - g\tan\theta\right) = 18{,}6534\cdots\ \text{W} \quad (11)$$

$$\boxed{P \approx 19\ \text{W}}$$

De acordo com (11), a potência dissipada será igual a zero se:

$$\frac{\pi^2\omega_{rpm}^2 l \operatorname{sen}\theta}{900} = g\tan\theta$$

$$\omega_{rpm} = \frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{g}{l\operatorname{sen}\theta}} = 112{,}476\cdots\ \text{rpm}$$

Que é a resposta do item (a).

[Início]